
Retourner une carte rouge

Question

Alice et Bob jouent à un jeu : Alice a mélangé un jeu de 32 cartes et a étalé les cartes en rang sur une table, face cachée. Elle va retourner une à une toutes les cartes.

Entre le début du jeu et le moment où Alice retournera la dernière carte, Bob devra annoncer « Stop! ». Il aura alors gagné si la carte suivante s'avère être rouge, et perdu sinon.

Quelle est la meilleure stratégie pour Bob ?

Réponse

La réponse est que Bob n'a pas de bonne ou de mauvaise stratégie. Quoi qu'il fasse, sa probabilité de gagner est de $1/2$.

Il y a plusieurs façons de vérifier ce résultat, mais la plus simple est de modifier le jeu. Imaginons que tout se passe comme dans la question, sauf qu'après que Bob aura annoncé « Stop! », Alice retournera la dernière carte (et Bob gagne si elle est rouge). Dans ces conditions, il est évident que la probabilité que Bob a de gagner est la probabilité que la dernière carte soit rouge, c'est-à-dire $1/2$, et ce quelle que soit sa stratégie. Or, du point de vue de la stratégie de Bob, rien ne différencie les cartes non encore retournées les unes des autres, donc rien ne distingue cette version modifiée du jeu de la précédente.

Remarque. Ce résultat est en fait un cas très simple d'un théorème sophistiqué de probabilités, le *théorème d'arrêt de Doob*.