Un pavage hors norme

Description des étapes menant les élèves d'une classe de 6e à la réalisation d'un pavage hexagonal de très grandes dimensions en dehors de la classe et avec des outils peu ordinaires pour un exercice de géométrie.

Mots-clefs. Construction géométrique, Pavage, Hexagone, Travail collectif

Niveau. Sixième, Cinquième, Quatrième ; cycles 3 et 4

A. Introduction

Des élèves fiers de leur travail, heureux de rapporter à la maison les photos et la vidéo les montrant à l'œuvre. Des élèves enthousiastes et impatients de refaire une activité. C'est ce que j'ai obtenu grâce à un projet de pavage de très grandes dimensions tracé dans la cour du collège par les élèves de 6e avec pour seuls outils de la craie et des bouts de ficelle. Une véritable fresque qui s'est préparée tout au long de l'année.

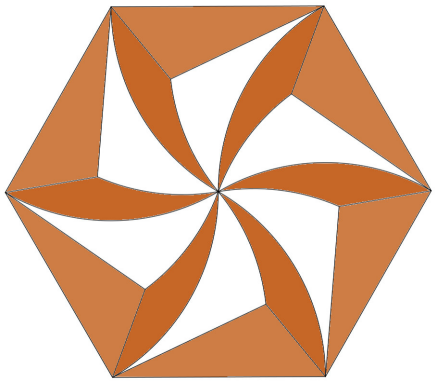
12 juin 2015. Les élèves de 6e posent devant leur travail.

À la rentrée de septembre la première question de mes élèves de 5e est : « Monsieur, est-ce qu'on va refaire un pavage comme l'année dernière dans la cour ? ». Et les élèves de 6e : « Nous aussi on va faire le grand dessin dans la cour, cette année ? ». Nous sommes à Mercer Island, tout près de Seattle sur la côte Ouest des Etats-Unis. L'École Franco-Américaine du Puget Sound a une classe de 6e divisée en deux groupes de 16 élèves chacun. C'est le travail de ces élèves que je vais décrire ici.

B. Trois activités préparatoires

1. Découverte du motif

L'approche est progressive. Au mois de décembre, un exercice de géométrie est proposé aux élèves en devoir à la maison. Un programme de construction à réaliser sur une feuille avec les instruments (règle graduée et compas) : un hexagone, des arcs de cercles, des segments et trois couleurs. Un exercice classique issu du Tome 3 de l'indispensable *Géométrie pour le plaisir* ([Den, dessin 38]). Les travaux sont affichés dans la salle de classe ou dans le couloir du collège.



2. Une première approche du pavage

Un peu plus tard, en janvier, la même construction est à réaliser avec le logiciel de géométrie GeoGebra (voir la feuille de consignes). On imprime, on colorie, on découpe et on constate alors que l'on peut réaliser un pavage : de la colle et une grande feuille de papier et voilà une nouvelle belle décoration pour notre salle (il y en a déjà plusieurs autres).

3. Le tracé du pavage sur papier

Le mois de mars arrive avec une question : comment peut-on tracer ce pavage aux instruments ? Les élèves disposent d'une feuille A3 (une seconde sera scotchée à la première pour les plus rapides) et je les laisse réfléchir et tracer. Nous avons déjà tracé de nombreux triangles équilatéraux, la solution arrive rapidement et les pavages prennent forme.

C. Le tracé dans la cour

Mois de juin, la consigne est brève : « Vous allez devoir construire un pavage dans la cour du collège dont toutes les dimensions seront 15 fois plus grandes que celles du pavage réalisé sur papier. Vous ne disposerez que de bouts de ficelle et de craies pour le tracer. Vous avez une séance en classe pour vous préparer ». Les élèves sont répartis par groupes de quatre pour réfléchir. Les groupes peuvent communiquer entre eux : il s'agit d'un projet collectif et collaboratif, chacun a intérêt à ce que tous les autres réussissent leur part de travail. La séance se transforme en un brainstorming géant, certains font des essais sur le tableau blanc avec des feutres, d'autre déménagent les tables et miment le tracé au sol. Des nœuds sont faits sur les bouts de ficelles et l'excitation et l'enthousiasme montent rapidement. Rendez-vous deux jours plus tard pour la réalisation. Chance, il ne pleut pas (même en juin, à Seattle la pluie reste probable). J'avais demandé un changement d'emploi de temps à ma direction et à mes collègues pour avoir une séance de trois heures avec les deux groupes de 6^{e}. Dans la salle de classe, on positionne un appareil photo qui prendra une photo de la cour toutes les trois minutes. On descend dans la cour : les groupes de quatre sont reformés, chacun a sa boite de craie et ses bouts de ficelle. Et là, c'est magique : le premier hexagone est tracé avec quelques hésitations et craintes, puis, rapidement, trois autres adjacents au premier puis d'autres puis les couleurs. Le plaisir des élèves est évident et celui du professeur ne l'est pas moins : le projet avance tout seul et prend des proportions non attendues. Les élèves sont parfaitement autonomes, ils connaissent le motif par cœur.

Les premiers tracés.

Les huit premiers motifs : tous les groupes sont au travail.

Au bout d'un peu plus de 2 heures, nous devons arrêter : il n'y a plus de craies. J'en avais pourtant prévu bien plus que l'année précédente où nous avions dû nous arrêter pour la même raison (mais cette année il y 30 élèves contre 20 l'année d'avant). Retour en classe pour admirer le travail « d'en haut » : c'est impressionnant et les élèves sont extrêmement fiers d'inviter leurs professeurs et camarades des autres classes à venir contempler le chef d'œuvre. Les photos deviennent un petit film qui est largement partagé par les élèves avec leurs familles.

D. Bilan pédagogique

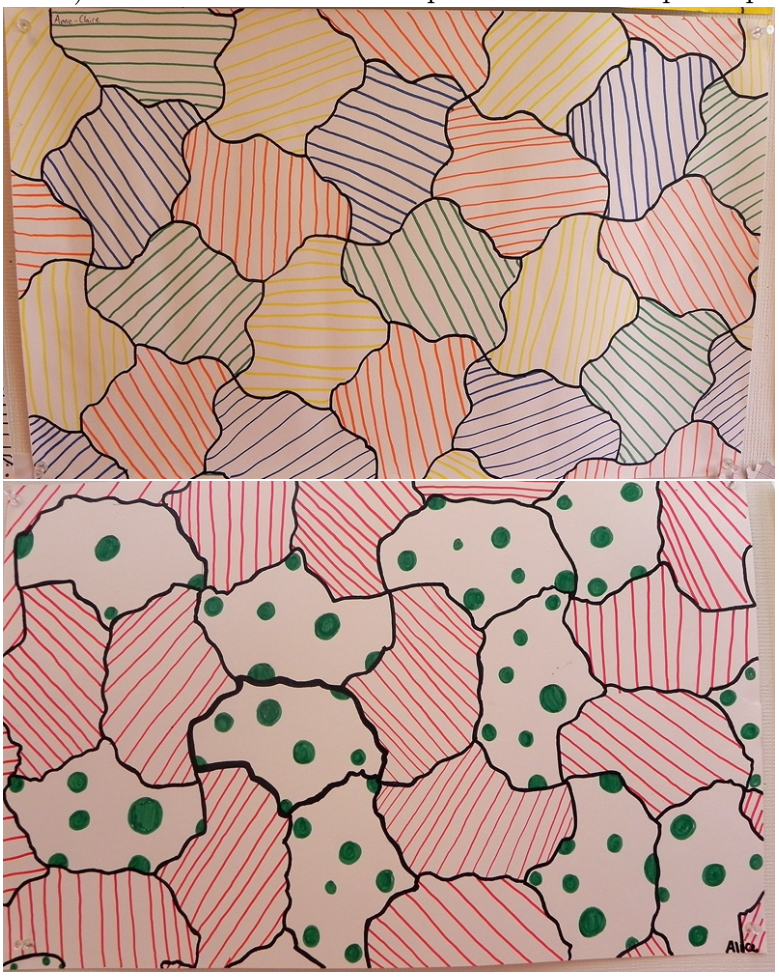
Évidemment, au-delà de l'enthousiasme et du plaisir pris durant cette activité, il s'agit avant tout d'un travail de mathématiques visant à éprouver certaines compétences des élèves.

— Le programme de construction initial est un travail de tracé et de vocabulaire : les notions de point, cercle, segment et arc de cercle doivent être maitrisées pour pouvoir réaliser le tracé.
— Le premier travail de pavage (sur feuille) est un réinvestissement sur les triangles particuliers et leur construction. Constater la présence des six triangles équilatéraux dans l'hexagone suppose une bonne analyse de la figure et de son mode de construction (les six sommets construits au compas).
— Lors de la séance de préparation en classe, les élèves cherchent comment réaliser la construction avec les moyens fournis. La découverte de l'utilisation de la ficelle pour tracer des cercles est une réappropriation de la définition du cercle vue en début d'année (ensemble des points équidistants d'un point appelé centre).
— La capacité à travailler en groupe et à collaborer est primordiale pour la réussite du projet. Par exemple, le tracé des segments nécessite l'implication des 4 élèves du groupe : deux pour tenir les extrémités de la ficelle, un troisième pour tracer et le quatrième qui observe et guide les trois premiers. De plus chaque groupe doit collaborer avec les autres et respecter leur travail.

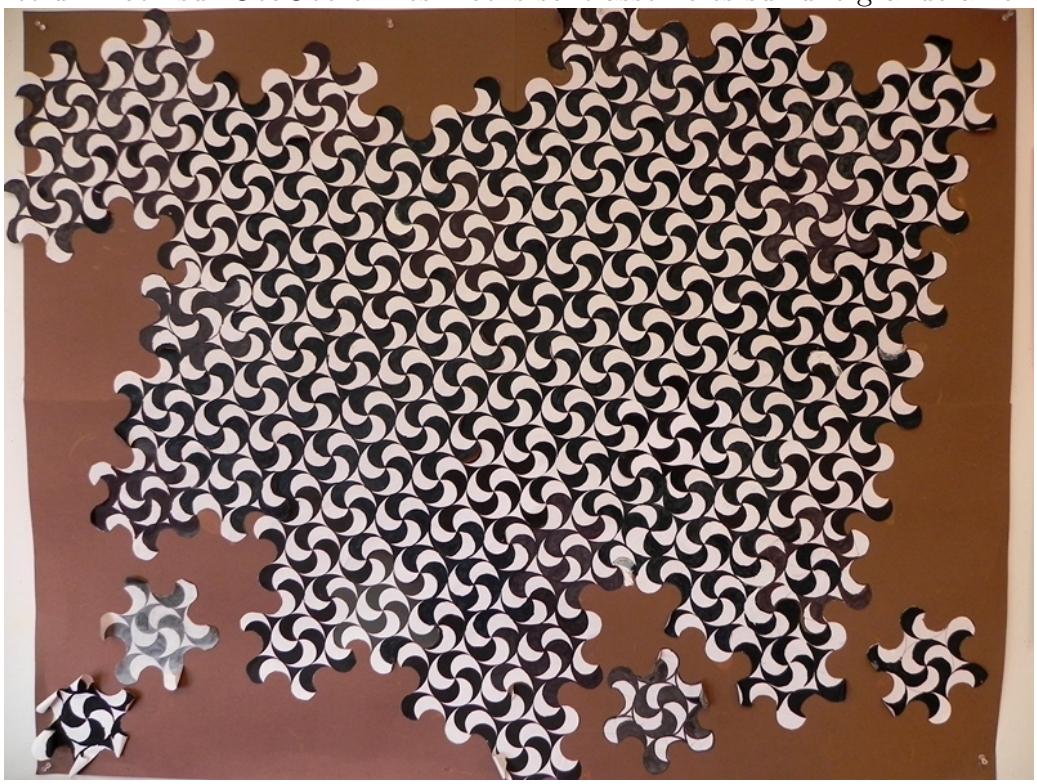
E. D'autres activités de pavage

Ce projet est très spectaculaire et s'inscrit dans une série de travaux sur les pavages qui me tiennent à cœur dont voici quelques exemples :

— Pavages dont le motif est obtenu avec une enveloppe (triangle rectangle isocèle). Les trois sommets de l'enveloppe seront des centres de symétrie du pavage. Projet réalisé en 5^{e} (symétrie centrale) en collaboration avec le professeur d'arts plastiques :



— Pavage collaboratif réalisé par les élèves de 6e : chaque élève trace un motif aux instruments et un motif sur GeoGebra. Les motifs sont assemblés sur une grande affiche :



— Pavages obtenus grâce à des symétries axiales successives (quatre axes de symétrie) en 6e :

— La découverte récente [1] (août 2015) par des mathématiciens de l'université de Washington Bothell d'un nouveau pentagone capable de paver le plan (seuls 14 étaient connus jusqu'alors) me donne des idées pour une nouvelle activité en 6e (construction de polygone avec des mesures de côtés et des angles). L'actualité mathématique est à saisir !

F. Conclusion

Les activités de pavages sont nombreuses et variées et peuvent être un véritable outil pour motiver les élèves et les faire travailler sur des constructions complexes. Qu'ils soient réalisés en groupes ou individuellement, ces travaux marquent les élèves. Pour certains, ils participent même à les attirer vers (ou à les réconcilier avec) les mathématiques ce qui n'est pas un fait négligeable. Lors de ma première tentative de pavage géant, j'avais quelques craintes : et s'ils n'y arrivaient pas ? Et si cela prenait trop de temps ?... Dès les premiers coups de craie elles se sont dissipées : comme je l'ai dit plus haut, tout s'est fait naturellement et en totale autonomie. Je partage l'envie de mes élèves : recommencer !

Références

[Den] Jocelyne et Lysiane Denière, *Géométrie pour le plaisir III*, Éditions Jocelyne et Lysiane Denière, 1999.

[Eve] Thérèse Eveilleau, *Mathématiques magiques*, page web.

Jean-Yves Labouche
jy.labouche@gmail.com
École franco-américaine du Puget Sound
3795 East Mercer Way
Mercer Island, WA 98040
États-Unis

1. On pourra consulter cet article du *Huffington Post* pour une annonce grand public et le site *Images des Mathématiques* pour en savoir plus sur les quatorze pavages pentagonaux connus jusqu'alors. La prépublication (très technique !) originale se trouve ici.